

**Tìm hiểu, tham khảo và biên soạn, file words thầy cô có thể chỉnh sửa. Có gì thiết xốt mong thầy cô góp ý**

## TRẮC NGHIỆM SỐ PHỨC

✓ **MỘT SỐ CÁCH GIẢI, KIỂM TRA KẾT QUẢ BẰNG MÁY TÍNH**

### 1. TÌM SỐ PHỨC- XÁC ĐỊNH PHẦN THỰC, PHẦN ẢO CỦA SỐ PHỨC

#### **Dạng 1: Không chứa $z$ và $\bar{z}$**

**Ví dụ 1:** Tìm số phức  $z = (1-2i)^2 + (1-3i)2i + 2i^2$

**A.**  $z = 1-2i$

**B.**  $z = 1+2i$

**C.**  $z = 2-2i$

**D.**  $z = -2-2i$

**+Bước 1:** Ấn MODE → 2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Nhập  $(1-2i)^2 + (1-3i) \times 2i + 2i^2$  (x: dấu nhân)

**+Bước 3:** Ấn dấu “=”. Được kết quả như hình bên

CMPLX Math ▲  
 $(1-2i)^2 + (1-3i) \times 2i + 2i^2$   
 $1-2i$

**Lưu ý:** Đối với 1 số bài. Như ví dụ 1 trên, chỗ  $(1-3i)2i$  ta phải nhập dấu x :  $(1-3i) \times 2i$  thì máy mới hiện kết quả, không máy sẽ báo ERROR

**Ví dụ 2:** Cho số phức  $z = (2+i)(1-i) + 3i$ . Tìm Môđun của số phức  $z$

**A.**  $\sqrt{10}$

**B.**  $\sqrt{13}$

**C.**  $\sqrt{5}$

**D.** 11

**+Bước 1:** Ấn MODE → 2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Nhập  $(2+i)(1-i) + 3i$

(bài này không cần ấn dấu x máy vẫn ra kết quả)

**+Bước 3:** Ấn dấu “=”. Được kết quả như hình bên

CMPLX Math ▲  
 $(2+i)(1-i) + 3i$   
 $3+2i$

**+Bước 4:** Vì tính Môđun nên ta ấn tiếp **Shift + hyp (Abs)** (phím giá trị tuyệt đối) + **Ans** (kết quả  $3+2i$  ở trên)

**+ Bước 5:** Ấn dấu “=”. Kết quả như hình bên

CMPLX Math ▲  
 $|Ans|$   
 $\sqrt{13}$

#### **Dạng 2 : Có chứa $z$ và $\bar{z}$**

**Ví dụ 3: Thế đáp án.** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$

**A.**  $3+5i$

**B.**  $1-i$

**C.**  $2-3i$

**D.**  $-2+4i$

**+Bước 1:** Ấn MODE → 2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Chuyển về 1 vế, nhập  $(1+i)^2(2-i)X - 8 - i - (1+2i)X$  (thay  $z = X$ )

**+Bước 3:** CALC gán số phức của từng đáp án. Kết quả nào = 0 thì đó là đáp án đúng

- A.  $3+5i$ . Kết quả

- B.  $1-i$ . Kết quả

- C.  $2-3i$ . Kết quả

Vậy C là đáp án đúng

**Ví dụ 4:** Xác định số phức  $z$ , biết  $z + (1+i)\bar{z} = 5+2i$

A.  $z = 1+i$

B.  $z = -2+i$

C.  $z = 2+i$

D.  $z = -2-i$

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Chuyển về 1 vế. Thay  $z = X$ , nhập  $X + (1+i)\text{Conjg}(X) - 5 - 2i$ .

Với  $\text{Conjg}(X)$  là  $\bar{z}$ , nhập bằng cách: Shift  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  2

**+Bước 3:** CALC gán số phức của từng đáp án. Kết quả nào  $= 0$  thì đó là đáp án đúng

- A.  $z = 1+i$

Kết quả  $-2-i \neq 0$

- B.  $z = -2+i$

Kết quả  $-8-4i \neq 0$

- C.  $z = 2+i$

Kết quả  $= 0$ . Vậy C là đáp án đúng

**Ví dụ 5:** Tìm phần thực của số phức  $z$ , biết  $z + (1+i)\bar{z} = 5+2i$

A. 1

B.  $-2$

C. 2

D.  $z-1$

**\*Nhận xét:** Bài này không thể thế đáp án như các ví dụ trên, vì đáp án chỉ có phần thực

**\*Giải tự luận:** Đặt  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

$$x + yi + (1+i)(x - yi) = 5 + 2i \Leftrightarrow x + yi + x - yi + xi + y = 5 + 2i$$

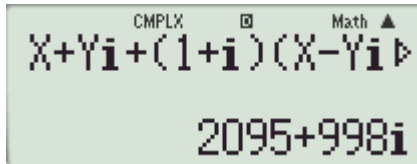
$$\Leftrightarrow 2x + y + xi = 5 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

**\*Máy tính:**

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $x + yi + (1 + i)(x - yi) - 5 - 2i$

**+Bước 3:** Ấn CALC, gán  $X = 1000, Y = 100$ , ấn dấu “=”. Kết quả như hình



**+Bước 4:** Phân tích kết quả  $2095 + 998i$

- $2095 = 2000 + 95 = 2000 + 100 - 5 = \boxed{2x + y - 5}$
- $998 = 1000 - 2 = \boxed{x - 2}$

Ta có hệ  $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

**Ví dụ 6:** Tìm Mô đun của số phức  $z$ , biết:  $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$

- A. 7                      B.  $\sqrt{7}$                       C.  $\sqrt{5}$                       **D. 5**

**\*Giải tự luận:** Đặt  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

$$\begin{aligned} (1 + 2i)^2 z + \bar{z} &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow (1 + 4i - 4)(x + yi) + x - yi &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow -3x - 3yi + 4xi - 4y + x - yi &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow -2x - 4y + (4x - 4y)i &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -20 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow z = 4 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

**\*Máy tính: !!!CẢNH BÁO NGUY HIỂM (Nếu không hiểu đúng quy tắc)**

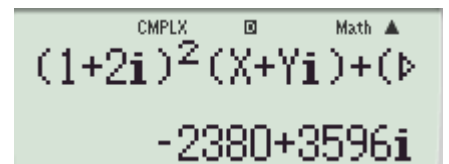
**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $(1 + 2i)^2 (x + yi) + (x - yi) - 4i + 20$

**+Bước 3:** Ấn CALC, gán  $X = 1000, Y = 100$ , ấn dấu “=”. Kết quả:

**+Bước 4:** Phân tích kết quả  $-2380 + 3596i$

- $-2380 = -2000 - 380 = -2000 - 400 + 20 = -2x - 4y + 20$
- $3596 = 4000 - 404 = 4000 - 400 - 4 = \boxed{4x - 4y - 4}$



$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} -2x - 4y + 20 = 0 \\ 4x - 4y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -20 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 4 + 3i$$

**+Bước 5:** (nếu rảnh!!!) MODE  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  Shift  $\rightarrow$  hyp(Abs) nhập  $4 + 3i$



### !!! CÁCH PHÂN TÍCH SAI

- $3596 = 3000 + 500 + 96 = 3000 + 500 + 100 - 4 = 3x + 5y + y - 4 = \boxed{3x + 6y - 4}$

**Ví dụ 7:** Tìm phần thực của số phức  $z$ :  $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 4-i$

**\*Giải tự luận:** Đặt  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

$$\begin{aligned} (1+i)z + (2-i)\bar{z} &= 4-i \\ \Leftrightarrow (1+i)(x+yi) + (2-i)(x-yi) &= 4-i \\ \Leftrightarrow x+yi+xi-y+2x-2yi-xi-y &= 4-i \\ \Leftrightarrow (3x-2y)-yi &= 4-i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=4 \\ -y=-1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases} \end{aligned}$$

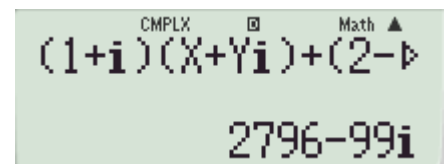
**\*Máy tính:**

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $(1+i)(x+yi) + (2-i)(x-yi) - 4 + i$

**+Bước 3:** Ấn CALC, gán  $X = 1000, Y = 100$ , ấn dấu “=”.

Kết quả như hình bên



**+Bước 4:** Phân tích kết quả  $2796 - 99i$

- $2796 = 3000 - 204 = 3000 - 200 - 4 = \boxed{3x - 2y - 4}$
- $-99 = -100 + 1 = -y + 1$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 \\ -y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Phần thực là } 2$$

### !!! CÁCH PHÂN TÍCH SAI

- $2796 = 2000 + 700 + 96 = 2000 + 700 + 100 - 4 = 2x + 7y + y - 4 = \boxed{2x + 8y - 4}$

## 2. TÌM TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

### Cách 1: Chỉ dùng cho các đáp án có dạng là các đồ thị đường thẳng

**Ví dụ 8:** Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+2+i| = |\bar{z}-3i|$

- A.  $y = -x + 1$       B.  $y = x - 1$       C.  $y = -x - 1$       D.  $y = x + 1$

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $|x + yi + 2 + i| - |x - yi - 3i|$

**+Bước 3:** CALC. Kết quả ra 0 là đúng

- A.  $y = -x + 1$ , CALC gán  $x = 100, y = -100 + 1$ . Kết quả  $\neq 0$

- B.  $y = x - 1$ , CALC gán  $x = 100, y = 100 - 1$ . Kết quả  $= 0$

### Cách 2 : Làm được cho tất cả các loại đồ thị đường

**Bài toán :** Tìm tập hợp (quỹ tích) điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện cho trước...

- A. Đường  $(C_1)$       B. Đường  $(C_2)$       C. Đường  $(C_3)$       D. Đường  $(C_4)$

**Giải :** Chọn 1 điểm  $M$  bất kì thuộc đồ thị đường ở mỗi đáp án, sao cho:

$$M_1(x_1; y_1) \in (C_1), \notin (C_2), (C_3), (C_4)$$

$$M_2(x_2; y_2) \in (C_2), \notin (C_1), (C_3), (C_4)$$

$$M_3(x_3; y_3) \in (C_3), \notin (C_1), (C_2), (C_4)$$

$$M_4(x_4; y_4) \in (C_4), \notin (C_1), (C_2), (C_3)$$

Các điểm đó là số phức  $z$ , thay vào đề bài, nếu thỏa mãn thì đó là đồ thị đường thỏa yêu cầu đề.

**Cách 2 của Ví dụ 8:** Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+2+i| = |\bar{z}-3i|$

- A.  $y = -x + 1$       B.  $y = x - 1$       C.  $y = -x - 1$       D.  $y = x + 1$

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $|x + yi + 2 + i| - |x - yi - 3i|$

**+Bước 3:** CALC. Kết quả ra 0 là đúng

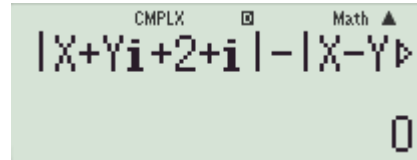
- A.  $y = -x + 1$  ( $C_1$ ). Chọn  $M_1(2; -1) \in (C_1)$

CALC gán  $x = 2, y = -1$ . Kết quả  $\neq 0$

- B.  $y = x - 1$  ( $C_2$ ). Chọn  $M_2(2; 1) \in (C_2)$

CALC gán  $x = 2, y = 1$ , kết quả  $= 0$ .

Vậy B là đáp án đúng



**Ví dụ 9:** Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|zi - (2 + i)| = 2$

**A.**  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

**B.**  $x + 2y - 1 = 0$

**C.**  $3x + 4y - 2 = 0$

**D.**  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

**\*CẢNH BÁO :** Ở ví dụ này làm tay nhanh hơn

**\*CASIO**

**+Bước 1:** Ấn  $\text{MODE} \rightarrow 2$  (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $|(x + yi)i - (2 + i)| - 2$

**+Bước 3:** CALC. Kết quả ra 0 là đúng

- Chọn  $M_1(3; -2) \in (C_1)$ . Kết quả  $= 0$
- $M_2(3; -1) \in (C_2)$ . Kết quả  $= -2 + \sqrt{5} \neq 0$
- $M_3\left(3; \frac{-7}{4}\right) \in (C_3)$ . Kết quả  $\neq 0$
- $M_3(2; 2) \in (C_4)$ . Kết quả  $\neq 0$

### 3. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TRÊN $\mathbb{C}$

#### Dạng 1 : Căn bậc 2 của số phức

**Ví dụ 10:** Căn bậc 2 của số phức  $-48 + 14i$  là

- A.  $\pm(1 + 7i)$       B.  $\pm(1 - 7i)$       C.  $\pm(2 + 7i)$       D.  $\pm(2 - 5i)$

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Nhập  $\sqrt{-48 + 14i} \angle \frac{\arg(-48 + 14i)}{2}$ ,

với dấu  $\angle$  : ấn Shift + phím(-); arg : ấn Shift  $\rightarrow$  2  $\rightarrow$  1

**+Bước 3:** Ấn “=”. Được kết quả

#### Dạng 2 : Phương trình không chứa $i$

MODE  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  3 hoặc MODE  $\rightarrow$  5  $\rightarrow$  4

#### Dạng 3 : Phương trình chứa $i$

**Ví dụ 11:** Giải phương trình:  $z^2 + 3(1 + i)z + 5i = 0$

- A.  $z = -1 - 2i; z = -2 - i$       B.  $z = -1 + 2i; z = -2 + i$   
C.  $z = 1 + 2i; z = 2 + i$       D.  $z = 1 - 2i; z = 2 - i$

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

**+Bước 2:** Đặt  $z = x + yi$ . Nhập  $(x + yi)^2 + 3(1 + i)(x + yi) + 5i$

**+Bước 3:** CALC. Gán từng đáp án. Kết quả ra 0 là đúng

**Ví dụ 12:** Cho  $z_1, z_2$  là nghiệm của phương trình  $z^2 + 3(1 + i)z + 5i = 0$  trên tập số phức, giá trị của  $P = |z_1| + |z_2|$  là

- A. 5      B.  $2\sqrt{5}$       C. 10      D. 1

**+Bước 1:** Ấn MODE  $\rightarrow$  2 (CMPLX)

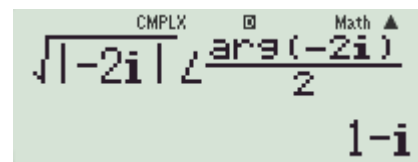
**+Bước 2:** Gán  $1 \rightarrow A(\text{Shift} + \text{RCL}(\text{STO}) + A)$ ;  $3(1 + i) \rightarrow B$ ;  $5i \rightarrow C$

**+Bước 3:** Tính  $B^2 - 4AC$  ( $\Delta$ ). Kết quả  $= -2i$

**+Bước 4:** Tính  $\sqrt{B^2 - 4AC}$  bằng cách ấn  $\sqrt{-2i} \angle \frac{\arg(-2i)}{2}$ ,

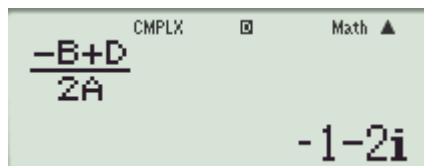
với dấu  $\angle$  : ấn Shift + phím(-);  $\arg$  : ấn Shift  $\rightarrow 2 \rightarrow 1$ .

Được kết quả  $1 - i$ , gán vào  $D$

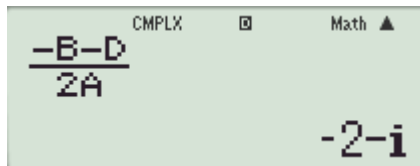


The calculator screen shows the expression  $\sqrt{-2i} \angle \frac{\arg(-2i)}{2}$  and the result  $1-i$ . The mode is set to CMPLX.

**+Bước 5:** Tính nghiệm của phương trình



The calculator screen shows the expression  $\frac{-B+D}{2A}$  and the result  $-1-2i$ . The mode is set to CMPLX.



The calculator screen shows the expression  $\frac{-B-D}{2A}$  and the result  $-2-i$ . The mode is set to CMPLX.

**+Bước 6:**  $P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2} + \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = 2\sqrt{5}$